
II. *A Letter of Dr* Wallis *to Min Heer* Leibnitz *at* Hannover, *concerning ſome eaſy Methods of his, for the meaſuring of Curve-lined Figures, Plain and Solid.*

Celeberrimo Nobiliſſimoq; Viro, D. Godefredo Guilielmo Leibnitio, Hannoveræ.

Oxoniæ, Martii 29. 1700.

Literas Tuas (Vir Celeberrime) Nov. 28. ad me datas, accepi non ita pridem: Quibus quod non prius reſponderim, Te veniam oro.

Tua *Noviſſima Sinica* quod ſpectat, atq; rem eam quam tu illic agis; haud incommodum fore judico, ſi iſtius Libri plura Exemplaria, Bibliopolæ veſtri, ad noſtros mercatum mittant: Dignus utiq; eſt Liber ille qui pluribus innoteſcat. Unum illud Exemplar quod ad me mittere dignatus ſis, eſt forte Unicum quod in Angliam appulit, &c. [*Quæ ſequebantur, alio ſpectabant.*]

Interim, ne nihil ſit, quod rem Mathematicam ſpectet; libet hæc pauca ſubjicere.

Meminiſſe forſan poterit Vir Celeberrimus; quod, in Epiſtola quadam mea ad Te data 30 Julii 1697, (quæ ex eo tempore, eſt, cum aliis, typis edita, in Operum meorum Mathematicorum volumine Tertio) inter alias ibidem memoratas meas methodos (quibus in Tetragoniſmis utor) occurrunt hæ Duæ; quarum alteram appello methodum *Convolutionis & Evolutionis*; alteram, methodum *Complicationis & Explicationis*. Quarum ope oſtendo (tum aliarum Figurarum, tum ſpeciatim) *Cycloidis* dimetiendæ, Quis ſit modus omnium Simpliciſſimus. (Quod non repeto.)

Simili Artificio colligetur, tota *Sphæræ* cum *Cylindro* Collatio: Quod ſibi monumentum fecit Archimedes.

Quippe ſi (Fig. 1.) ad Baſin *P* (Peripheriæ Circuli æqualem) Sumatur Altitudo *R* (æqualis Radio) fiet Parallelogrammum Rectangulum $= RP$. Quod ex minutis Parallelogrammis æque altis, numero infinitis, (juxta receptam methodum Indiviſibilium) conflatum intelligatur. Quorum ſi omnium Vertices, intelligantur, in unicum punctum contrahi Fig. 2. Quo, ex illis minutis Parallelogrammis, totidem fiant Triangula, ſuper eiſdem Baſibus æque-alta; ſingula ſingularum, adeoq; omnia omnium, dimidia; (curvata Baſi in Circuli Peripheriam:) Fiet Circulus (centro *C*, radio *R*,) Parallelogrammi Dimidius $= \frac{1}{2}RP$.

Quæ eſt, ipſa *Archimedis* Dimenſio circuli: Æqualis utiq; Triangulo Rectangulo, cujus Laterum (Circa Angulum Rectum) æquatur alterum Peripheriæ, alterum Radio, expoſiti Circuli. Quippe $\frac{1}{2}R$ (ſemi-altitudo Trianguli) in *P* (Baſin) ducta, exhibet Magnitudinem iſtius Trianguli $= \frac{1}{2} RP$, circulo æqualem.

(Idemq; accommodabitur Sectori Circulari: ſumpto Arcu *A* pro P Peripheria.)

Porro; ſi, (fig. 3.) ad illud Parallelogrammum $=RP$, (ut Baſem) ſumatur itidem (in ordine ad Hemiſphærium) Altitudo *R*; Fiet Parallelepipedum $=RRP$. Quod pariter, ex minutis Parallelepipedis æque-altis, numero infinitis, conflatum intelligatur (minutis areolis iſtius Plani inſiſtentibus; quorum omnium communis altitudo ſit *R*; & Baſium Aggregatum $=RP$. Quodſi Parallelogrammum hoc (manente magnitudine $=RP$,) intelligatur, in curvam ſuperficiem cylindricam curvari (cujus Baſis ſit *P*, jam in Peripheriam circuli convoluta, Altitudo *R*:) Quo minuta illa

Pa-

Parallelepipeda in totidem Cuneos, ſeu Priſmata: baſium triangularium, (Parallelepipedorum, ſingula ſingulorum, adeoq; omnia omnium, ſub-dupla) redigantur; Acies ſeu Vertices habentia totidem C puncta (ſeu lineolas minutas) in Axe Cylindri conſtituta, eunq; complentia: Fiet Cylindrus (Parallelepipedi Dimidius) $= \frac{1}{2} RRP$.

Vel (in ordine ad Sphæram integram) ſi ſumatur, utrinq;, Altitudo R, (ut ſit tota Altitudo $D = 2R$;) Fiet (convolutione pariter facta,) Cylindrus (ut prius) ex Cuneis ſeu Priſmatibus numero infinitis (Vertices ſeu Acies habentibus in Axe Cylindri:) $= RRP = \frac{1}{2} RP \times 2R$) æqualis Facto ex $\frac{1}{2} RP$ (circulari Baſe) in Altitudinem $2R$: ſeu (quod tantundem eſt) $= \frac{1}{2} R \times 2RP$, æqualis Facto ex $\frac{1}{2} R$ (ſemiſſe communis Altitudinis Cuneorum) in (Baſium aggregatum) $2RP$.

Quod quidem Baſium Aggregatum, eſt, ipſa Cylindrica ſuperficies Curva $= P \times 2 R$ (æqualis Facto ex Baſis Circularis Peripheria P in Altitudinem $2R$ ducta:) ſeu $\frac{1}{2} RP \times 4$, (æqualis Quatuor Circulis in Sphæra maximis:) Quibus ſi accenſeantur, oppoſitæ duæ Baſes Circulares; Fiet Cylindri (Sphæræ circumſcripti) tota ſuperficies, æqualis ſex circulis Maximis, $= \frac{1}{2} RP \times 6 = 3 RP$. Et Cylindri Magnitudo, $= RRP = \frac{1}{2} RP \times 2R$, æqualis Facto ex Baſe Circulari $\frac{1}{2} RP$ in Altitudinem $2R$ ducta: ut prius.

Quodſi porro, Cuneorum horum omnium Vertices (Cylindri Axem Complentes) intelligantur in unum punctum contrahi: quo Cunei illi, ceu Priſmata, jam fiant todidem Pyramides, ſuper eiſdem Baſibus æquealtæ; ſingulæ ſingularum, adeoq; omnes omnium, ſub-ſeſqui tertiæ, ſeu ut $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{2}$; & ſuperficies, prius Curva Cylindrica, jam fiat Sphærica propter ejus omnia puncta æqualiter a Centro remota;) manente quod prius erat Baſium Aggregato $= 2RP$, quatuor Circulis Maximis quali :) Habebitur, tum tota Sphæræ ſuperficies $= 2RP = \frac{1}{2}RP \times 4$ (æqualis quatuor circulis maximis; & quidem toti Curvæ Cylindricæ æqualis, & partes partibus reſpective æquales, eaſdem Axis partes reſpicientibus ;) tum Sphæræ magnitudo $= \frac{2}{3}RRP = \frac{1}{3}RP \times 2RP$; æquales Facto ex $\frac{1}{3}R$ (triente communis Altitudinis Pyramidum omnium) in $2RP$ (Baſium Aggregatum, jam factam ſuperficiem Sphæricam,) ducto.

Eſt itaq; Cylindri Sphæræ circumſcripti, tum Superficies tum magnitudo, ad Superficiem & magnitudinem, (Inſcriptæ Sphæræ ;) ſeſquialtera, ſeu ut 3 ad 2. (Illic quidem, ut ſex Circuli maximi $= 3RP$, ad quatuor Circulos maximos $= 2RP$: Hic vero ut RRP ad $\frac{2}{3}RRP$.) Quod eſt illud ipſum Archimedis Inventum celebre.

Idem paulo brevius haberetur ; ſi, in Parallelepipedo illo (ſuper plana Baſe $2RP$ cum Altitudine R) ex minutis Parallelepedis conflato ; Horum omnium Vertices, immediate, cenſeantur in unicum C) punctum comprimi. Quo, manente ut prius Baſium Aggregato $= 2RP$, Parallelepepida illa, in totidem Pyramides, redigantur ; Vertices habentes ad Sphæræ Centrum coeuntes ; cujus Radius R, (communis Pyramidum omnium Altitudo ;) & Sphærica ſuperficies, Baſium omnium Aggregatum. Quippe $\frac{1}{3}R$ (triens communis Altitudinis) in $2RP$ (Baſium Aggregatum) exhibet Sphæræ magnitudinem (ut prius) $\frac{2}{3}RRP$; & Sphæræ ſuperficiem $= 2RP$.

Poteſtq; hoc itidem Sectori Sphærico accommodari. Ducto $\frac{1}{3}R$ (triente communis Altitudinis Pyramidum inibi omnium) in Portionem ſphæricæ ſuperficiei plano abſciſſam : Quæ eſt, ad totam ſuperficiem Sphæricam, ut eſt Diametri (ſeu Axis) pars Abſciſſa ad totam Diametrum ; ut ſupra oſtenſum eſt.

Hæc pauca ſubjunxiſſe viſum eſt ; Quæ quamvis non novam exhibeant Doctrinam antehac incognitam ; Conſtructio tamen, haud inelegans, Tibi (credo) non diſplicebit.

Cujus quidem Proceſſus totius ratio, his ſaltem Principiis nititur ; Nempe, quod Figura ex Triangulis, eſt, *Dimidia* Figuræ ex Parallelogrammis, ſuper eiſdem Baſibus, æque-altis : (Illam ego appello Figuram *Convolutam* ; Hanc, *Evolutam* :) Et, Figura ex Pyramidibus, eſt, *Triens* Figuræ ex Parallelepipedis, ſuper eiſdem Baſibus, æque-altis. (Illam ego appello Figuram *Complicatam* ; Hanc, *Explicatam*.) Quæ poſſunt mille modis accommodari, Figuris Curvilineis (tum Superficialibus, tum Solidis,) mirum in modum perplexis. Cujus rei nos, hic & alibi, plura dedimus ſpecimina.

Tuus ad officia deditiſſimus

Johannes Wallis.

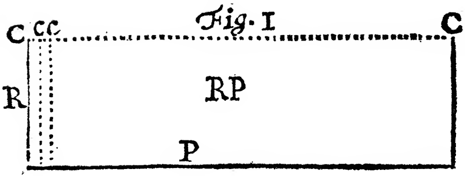
Fig. 1

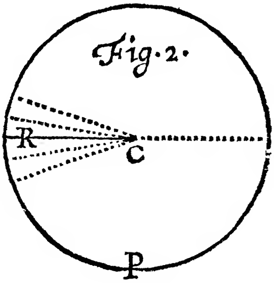
Fig. 2.

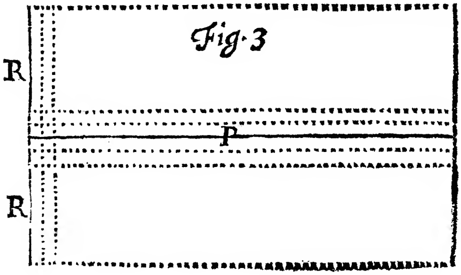
Fig. 3